SNRU Journal of Science and Technology 8(2) May – August (2016) 233–239

SNRU Journal of Science and Technology

Journal home page: snrujst.snru.ac.th

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคไข้หวัดใหญ่ โดยพิจารณาผลกระทบจากปริมาณน้ำฝน

Influenza transmission model with the effect of rainfall

มาลี ศรีพรหม[1,*] ณัฐกร จันทร์ชัย[1] เจษฎา กลยนีย์[1] ฤทธิเดช อินอุเทน[1] ตระกูลไทย ฉายแม้น[2]

Malee Sriprom[1,*], Natthakorn Junchai[1], Jessada Kollayanee[1], Rittidet Inuten[1], Trakoonthai Chaimane[2]

[1]สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร สกลนคร 47000 ประเทศไทย

[2]งานระบาดวิทยา สำนักงานสาธารณสุขจังหวัดสกลนคร สกลนคร 47000 ประเทศไทย

* **Corresponding Author**: scms@snru.ac.th

Received: 12 January 2016; **Revised:** 6 March 2016; **Accepted:** 1 April 2016; **Available online:** 1 August 2016

บทคัดย่อ

โรคไข้หวัดใหญ่ (Influenza) เป็นโรคที่เกิดจากเชื้อไวรัสไข้หวัดใหญ่ (Influenza virus) 3 ชนิดคือ A B และ C อยู่ในสกุล Orthomyxoviridae ในงานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาการระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่ซึ่งมีผลกระทบจากปริมาณน้ำฝน โดยการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการจำลองสถานการณ์จริง ผู้วิจัยได้ทำการหาจุดสมดุล หาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรัง มีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อแสดงผลลัพธ์ของการจำลอง หลังจากการวิเคราะห์พบว่าปริมาณน้ำฝนมีความสัมพันธ์กับจำนวนผู้ป่วยคือปริมาณน้ำฝนมากผู้ป่วยก็จะมีจำนวนมาก ปริมาณน้ำฝนน้อยผู้ป่วยก็จะมีจำนวนน้อย ดังนั้นฤดูกาลมีผลต่อการระบาดของโรค

คำสำคัญ: ค่าภาวะการระบาด; จุดสมดุล; โรคไข้หวัดใหญ่; ตัวแบบทางคณิตศาสตร์; โรคติดเชื้อระบบทางเดินหายใจ

Abstract

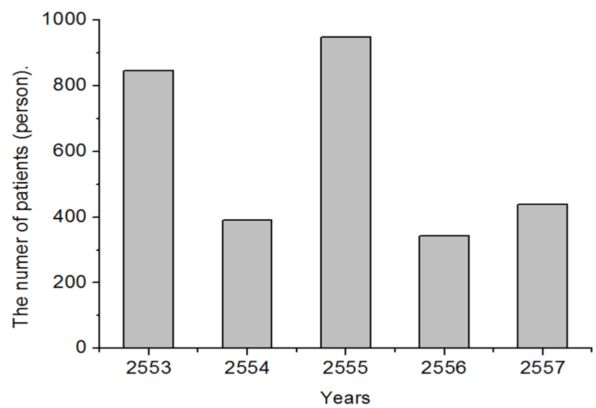
Influenza is a disease caused by influenza viruses consist of 3 types which are type A, B and C in the genus Orthomyxoviridae. We proposed an influenza transmission model with the effect of rainfall and simulation results are illustrated. The research was conducted to find the equilibrium points and a condition that causes the stability of the equilibrium points, under the condition of disease free equilibrium point and epidemic equilibrium point. A numerical analysis shows the results of simulations. The analysis found that rainfall is correlated with the number of patients that mean the more amount of rainfall the more number of patients and vice versa. Therefore influenza transmission would be effected with seasonal.

Keywords: Basic reproductive number; Equilibrium points; Influenza; Mathematical model; Respiratory illness

1. บทนำ

โรคไข้หวัดใหญ่ (Influenza) เป็นโรคติดเชื้อในระบบทางเดินหายใจ (Respiratory illness) จัดอยู่ในกลุ่มโรคติดเชื้ออุบัติใหม่ (Emerging infectious disease) เกิดจากเชื้อไวรัสไข้หวัดใหญ่(Influenza virus) 3 ชนิด คือ A B และ C ซึ่งอยู่ในสกุล

Orthomyxoviridae โดยชนิด A เป็นชนิดที่ก่อให้เกิดการติดเชื้อในคนและสัตว์หลายชนิด เช่น นก สุกร ไก่ ม้า เป็นต้น เชื้อไข้หวัดใหญ่จะอยู่ในน้ำมูก น้ำลายหรือเสมหะของผู้ป่วย ติดต่อจากคนหนึ่งไปสู่อีกคนหนึ่งทางการหายใจโดยได้รับเชื้อที่ผู้ป่วยไอ จาม หรือการสัมผัสสิ่งที่เจือปนเปื้อนเชื้อหวัดใหญ่ (Droplet transmission) แล้วใช้มือสัมผัสที่จมูก ตาและปาก ระยะฟักตัวของโรคค่อนข้างสั้นเพียง 1-4 วัน โดยเฉลี่ยประมาณ 2 วัน จาก 5 ปี ย้อนหลังเราจะเห็นได้ว่าปี พ.ศ. 2555 มีจำนวนผู้ป่วยสูงที่สุดและปี พ.ศ. 2556 มีจำนวนผู้ป่วยน้อยที่สุด (ภาพที่ 1) ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาข้อมูลที่ได้รวบรวมจากกระทรวงสาธารณสุขจังหวัดสกลนคร ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2553 ถึง พ.ศ. 2557 พร้อมทั้งสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้หวัดใหญ่เพื่อนำไปใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรค ลดจำนวนผู้ป่วยและใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการควบคู่กับสถิติการเกิดโรคของประเทศไทยทั่วภูมิภาคของโรคที่เฝ้าระวังของทางสำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุขต่อไป [1, 2]

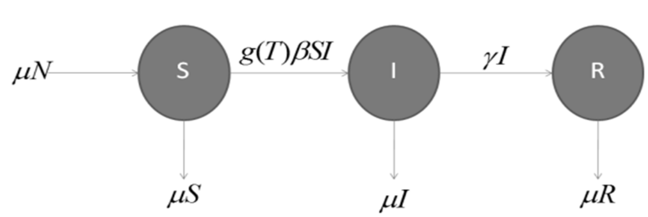


ภาพที่ 1 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยไข้หวัดใหญ่ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2553 ถึง พ.ศ. 2557

2. วิธีดำเนินการวิจัย

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้หวัดใหญ่ที่สอดคล้องกับกลุ่มประชากร ซึ่งกำหนดให้จำนวนประชากรมีขนาดคงที่ โดยจะแบ่งประชากรออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ กลุ่มประชากรที่พร้อมจะแพร่เชื้อ กลุ่มประชากรที่หายจากการติดเชื้อ โดยแผนภาพอธิบายแนวคิดในการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์แสดงดังภาพที่ 2 [3]



ภาพที่ 2 แผนภาพแสดงแนวคิดในการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

โดยที่ S เป็นจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ I เป็นจำนวนประชากรที่ติดเชื้อและแพร่เชื้อได้ R เป็นจำนวนประชากรที่หายจากการติดเชื้อ μ เป็นอัตราการเกิดของประชากร β เป็นอัตราการติดเชื้อของประชากร γ เป็นอัตราการหายจากการติดเชื้อ

ของประชากร $g(T)$ เป็นปริมาณน้ำฝน N เป็นจำนวนประชากรทั้งหมด ความสัมพันธ์ข้างต้นสามารถที่จะสร้างตัวแบบที่ประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์สามัญแบบไม่เชิงเส้น 3 สมการดังต่อไปนี้ [4]

$$\frac{ds}{dt} = \mu N - g(T)\beta SI - \mu S \tag{1}$$

$$\frac{dI}{dt} = g(T)\beta SI - (\gamma + \mu)I \tag{2}$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R \tag{3}$$

โดยมีเงื่อนไข คือ $S + I + R = N$

เราได้ทำการวิเคราะห์ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ใหม่ด้วยสัดส่วนต่อไปนี้

$\bar{S} = \frac{S}{N}, \bar{I} = \frac{I}{N}, \bar{R} = \frac{R}{N}$ สามารถจัดสมการ (1) – (3) ใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \mu - g(T)\beta \bar{S}N\bar{I} - \mu \bar{S} \tag{4}$$

$$\frac{d\bar{I}}{dt} = g(T)\beta \bar{S}N\bar{I} - (\gamma + \mu)\bar{I} \tag{5}$$

3. ผลและการอภิปรายผลการวิจัย

วิเคราะห์หาจุดสมดุล

จุดสมดุลสามารถหาได้จากการจัดสมการ (4) – (5) ให้เท่ากับศูนย์จะได้จุดสมดุลสองจุด คือ จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค $E_0(1,0)$ และสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_1(\bar{S}^*, \bar{I}^*)$ เมื่อ

$$\bar{S}^* = \frac{\mu}{g(T)\beta N\bar{I}^* + \mu}, \bar{I}^* = \frac{\mu}{\gamma + \mu} - \frac{\mu}{g(T)\beta N}$$

วิเคราะห์ความเสถียรของจุดสมดุล

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความเสถียรของจุดสมดุลทั้งสองจุดโดยพิจารณาจากค่าเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียนของระบบสมการ (4) – (5)

พิจารณาภาวะเสถียร ณ จุด E_0

ภาวะเสถียรเฉพาะที่ของจุด E_0 พิจารณามาจากค่าเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียนของระบบสมการ (4) – (5) ดังนี้

$$J_0 = \begin{pmatrix} -\mu & -g(T)\beta N \\ 0 & g(T)\beta N - (\gamma + \mu) \end{pmatrix}$$

ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ได้จากรากของสมการ $\lambda^2 + A\lambda + B = 0$

โดยที่

$$A = \mu + (\gamma + \mu)(1 - R_0)$$

$$B = \mu(\gamma + \mu)(1 - R_0)$$

เมื่อ $R_0 = \dfrac{g(T)\beta N}{\gamma + \mu}$

พิจารณาแล้วพบว่า $A > 0,\ B > 0$ เมื่อ $R_0 < 1$ ส่งผลให้รากของสมการ $\lambda^2 + A\lambda + B = 0$ มีค่าเป็นลบสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-HurwitZ [4] ดังนั้นจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคมีความเสถียรเมื่อ $R_0 < 1$

พิจารณาภาวะเสถียร ณ จุด E_1

ภาวะเสถียรเฉพาะที่ของจุด E_1 พิจารณามาจากค่าเฉพาะของเมทริกซ์จาโคเบียน ดังนี้

$$J_1 = \begin{pmatrix} -R_0\mu & -(\gamma + \mu) \\ \mu(R_0 - 1) & 0 \end{pmatrix}$$

ค่าเฉพาะของเมทริกซ์ได้จากรากของสมการ $\lambda^2 + A\lambda + B = 0$

โดยที่

$$A = R_0\mu$$

$$B = \mu(\gamma + \mu)(R_0 - 1)$$

เมื่อ $R_0 = \dfrac{g(T)\beta N}{\gamma + \mu}$

พิจารณาแล้วพบว่า $A > 0, B > 0$ เมื่อ $R_0 > 1$ จึงส่งผลให้รากของสมการ $\lambda^2 + A\lambda + B = 0$ มีค่าเป็นลบสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-HurwitZ

ดังนั้นจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดอย่างเรื้อรังมีความเสถียรเมื่อ $R_0 > 1$

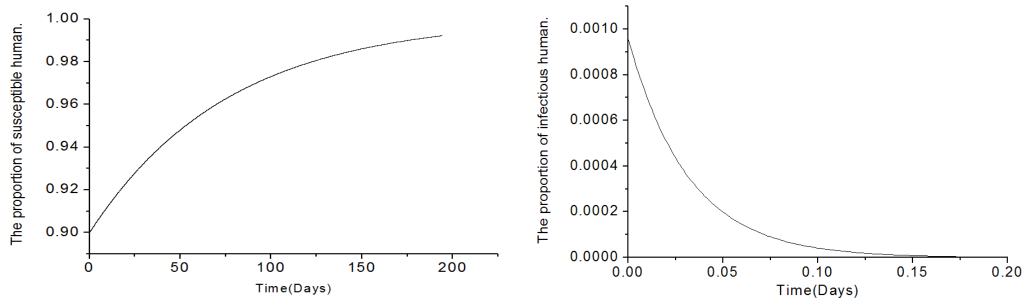
การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับโรคไข้หวัดใหญ่ในงานวิจัยต่างๆ

ตารางที่ 1 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆของโรคไข้หวัดใหญ่

	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย	อ้างอิง
อัตราการเกิดของประชากร	μ	$\dfrac{1}{365 \times 75}$	ต่อวัน	[1]
อัตราการติดเชื้อ	β	$1/7$	ต่อวัน	[5]
อัตราการหายจากเชื้อ	γ	$1/10$	ต่อวัน	[5]
ปริมาณน้ำฝน	$g(T)$	0.01		[6]
จำนวนประชากร	N	100	คน	

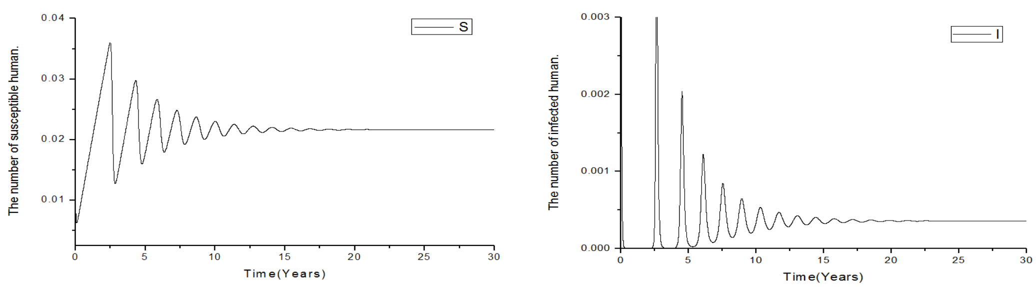
สัดส่วนประชากร ณ จุดสมดุล E_0 ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ผลเฉลยของระบบสมการ (2) ของ S, I ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\mu = 1/(75*365), \beta = 0.14, \gamma = 0.1, N = 100,$ $g(T) = 0.01$

จาก ภาพที่ 3 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ สภาวะไร้โรค $E_0 = (1,0)$ โดยที่ $R_0 = 0.139$

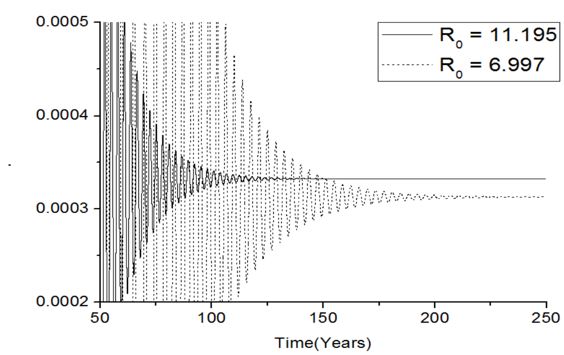
สัดส่วนประชากร ณ จุดสมดุล E_1 ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 ผลเฉลยของระบบสมการ (2) ของ S, I ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\mu = 1/(75*365), \beta = 0.14, \gamma = 0.1, N = 100,$ $g(T) = 0.33$

จากภาพที่ 4 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ สภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง $E_1 = (0.71454, 0.0001)$ โดยที่ $R_0 = 46.18313$

ต่อไปจะแสดงให้เห็นว่าค่า $g(T)$ นั้นมีผลกระทบกับจำนวนประชากรที่ติดเชื้อ ดังแสดงในภาพที่ 5



ภาพที่ 5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $g(T)$ ที่แตกต่างกัน

จากภาพที่ 5 จะเห็นได้ว่าค่า $g(T)$ ที่แตกต่างกันส่งผลกระทบกับตัวแบบคือ เมื่อค่า $g(T)$ มากจำนวนประชากรที่ติดเชื้อมีจำนวนที่มากและค่า $g(T)$ ที่น้อยจำนวนประชากรที่ติดเชื้อก็จะมีจำนวนที่น้อย

4. สรุปผลการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาการระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่ โดยการรวบรวมข้อมูลจากการวิจัยต่างๆ และข้อมูลจากสำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรคจังหวัดสกลนคร เพื่อสร้างตัวแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดรูปสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ โดยมีกลุ่มประชากรดั้งนี้

1) ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อ

2) ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้

3) ประชากรที่หายจากการติดเชื้อ

จากผลการศึกษาพบว่าจุดสมดุลของระบบมี 2 จุด คือ จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค (disease free equilibrium point) หรือจุด E_0 และจุดสมดุลในสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง (endemic equilibrium point) หรือจุด E_1 รวมทั้งได้ค่าภาวะการระบาดของโรค หรือค่า R_0 โดยพบว่าเมื่อค่า $R_0 < 1$ จุดสมดุลในสภาวะที่ไร้โรค (จุด E_0) จะเกิดความเสถียร ในทางกลับกัน สภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง (จุด E_1) จะเสถียรเมื่อค่า $R_0 > 1$ โดยที่ R_0 เป็นค่าเฉลี่ยที่แสดงจำนวนของการเกิดโรคในระยะที่ สองโดยใช้ผลจากระยะแรก

จากการศึกษายังพบอีกว่าค่า $g(T)$ หรือค่าปริมาณน้ำฝนนั้นมีผลกระทบกับจำนวนผู้ที่ติดเชื้อ ดั้งนั้น ค่า $g(T)$ ที่มีค่ามากจะส่งผลให้จำนวนผู้ที่ติดชื้อนั้นมีจำนวนมาก และค่า $g(T)$ ที่มีค่าน้อยจะส่งผลให้จำนวนผู้ติดเชื้อนั้นมีจำนวนน้อย โดยที่หากเราสามารถคำนวณหาค่า $g(T)$ ที่มีความ เหมาะสมกับช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งได้ เราก็สามารถที่จะทำการพยากรณ์หาจำนวนผู้ป่วยที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคตได้ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการวางแผนการป้องกันและควบคุมโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยก่อนที่ เหตุการณ์จะเกิดขึ้นจริงในอนาคตการป้องกันและควบคุมโรคที่ดีที่สุดในตอนนี้

5. ข้อเสนอแนะ

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำวิจัยโรคไข้หวัดใหญ่เปรียบเทียบกับปริมาณน้ำฝน เนื่องจากค่าปริมาณน้ำฝนในแต่ละพื้นที่ไม่เท่ากันหรือไม่สม่ำเสมอ จึงทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนของจำนวนประชากรที่ติดเชื้อจากความเป็นจริงค่อนข้างมากค่าปริมาณน้ำฝนที่เราใช้ในการจำลองนี้ เป็นค่าที่ได้จากการจำลองสมการ คือการหาค่า $g(T)$ ที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนของ จำนวนประชากรที่ติดเชื้อกับจำนวนประชากรที่ติดเชื้อจริงน้อยที่สุดหากท่านใดที่มีความสนใจเกี่ยวกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคติดต่อก็สามารถนำประเด็นนี้ไปทำการศึกษาค้นคว้าต่อได้หรือจะศึกษาโรคไข้หวัดใหญ่เปรียบเทียบกับสภาพภูมิอากาศ เพราะว่าคนที่เป็นไข้หวัดไม่ได้เป็นแค่ช่วงฤดูฝน อาจจะติดเชื้อช่วงฤดูอื่นก็ได้ เพื่อเป็นข้อมูลการวางแผนควบคุมโรคต่อไป

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสาธารณสุขจังหวัดสกลนครที่ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูล และขอบคุณสาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติที่อนุเคราะห์สิ่งอำนวยความสะดวกต่าง ๆ

7. References

[1] Bureau of Epidemiotogy, lnfluenza, http://rnnvw.boe.moph.go.th/facVlnfluenza, 10 August 2015.

[2] J. Sukawat, S. Naowarat, Effect of Rainfall on the transmission Model of Conjunctivitis, Adv. Environ. Bio. (2014) 99-104.

[3] W.O. Kermack, A.G. McKendrick, A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics, Proc. Roy. Soc. Lond. A. 115 (1927) 700-721.

[4] E.K. Leah, Mathematical Models in Biology, Random House, New York, 1998.

[5] Sakon Nakhon. Provincial office. Sakon Nakhon general information. http://rnnvw,sakonnakhon.go.th, 1 July 2015.

[6] D.G. Zill, M.R. Cullen, Differential Equations with Boundary-Value Problems, 7th Ed., Brooks/Cole, 2005.